Ciekawe własności liczb i działań matematycznych

Odgadywanie cyfry wymazanej

Pomyśl sobie dowolną liczbę. Dopisz do niej 0, odejmij liczbę pomyślaną, dodaj 117, z otrzymanej liczby jedną cyfrę wymaż, ale nie wymazuj zera; resztę mi powiedz, a ja ci powiem natychmiast, jaką cyfrę wymazałeś.

Uczestnik zabawy oblicza:

629, 6290, 6290—629 = 5661, 5661 + 117 = 5778, 5*78.

Odgadującemu podano cyfry: 5, 7, 8. Suma ich wynosi 20.

Odgadnięcie polega na szybkim obliczeniu, że najbliższą wyższą od sumy danych cyfr wielokrotnością liczby 9 będzie 27; wymazane więc zostało 7.

Rzecz oczywista, że zamiast 117 można kazać dodać każdą inną wielokrotność liczby 9.

Pomyśl sobie dowolną liczbę, weź sumę jej cyfr, odejmij ją od liczby pomyślanej, w otrzymanym rezultacie poprzestawiaj cyfry jak ci się żywnie podoba, dodaj do tak utworzonej nowej liczby 23, usuń jedną z cyfr mniejszą od 9, podaj mi sumę pozostałych, a ja ci wnet powiem, jaką cyfrę usunąłeś.

Na przykład uczestnik zabawy oblicza:

1789, 1+7+8+9 = 25, 1789-25 = 1764,
1647, 1647+23 = 1670, 1*70, 1+7= 8.

Odgadującemu podano liczbę 8. Od podanej sumy odejmujemy 5; zostaje 3. Najbliższą wyższą liczbą podzielną przez 9 jest 9, a ponieważ 9 — 3 = 6, więc usunięto cyfrę 6.

Sposób ten nie daje odpowiedzi jednoznacznej, jeśli wymazaną cyfrą jest 0 lub 9; skoro jednak zakazaliśmy wymazywanie dziewiątki, to zadanie ma zawsze jednoznaczne rozwiązanie.

Napisz dowolną liczbę, sumę jej cyfr pomnóż przez 80 i dodaj do wypisanej liczby; po usunięciu jednej cyfry, nie wyższej niż 8, wymień mi pozostałe cyfry, ja zaś wymienię cyfrę usuniętą.

Na przykład:

531, 5+3+1 =9, 80•9 = 720,
531+720= 1251, 1*51.

Odgadnięcie polega na dodaniu 1+5+1=7. Najbliższą liczbą podzielną przez 9 jest 9; 9-7= 2, usunięto więc 2.

Zamiast zastrzeżenia, by nie usuwać 9, można się zastrzec przed usunięciem cyfry 0.

Obierz jakąkolwiek liczbę naturalną i pomnóż ją przez liczbę bezpośrednio za nią idącą, a otrzymany iloczyn pomnóż przez sumę obu liczb; ten drugi iloczyn podnieś do kwadratu; gdy mi wymienisz wszystkie cyfry ostatecznego rezultatu, prócz jednej, powiem ci, jaką cyfrę pominąłeś.

Na przykład:

10 • 11 = 110, 110 • (10+11) = 2310,
2310^2= 5336100, 53*6100.

Odgadnięcie opiera się na tym, że budowany przez nas iloczyn n(n-1)(2n+l) jest zawsze podzielny przez 3 (nawet przez 6), a kwadrat dzieli się przez 9. Sztuka polega więc na odszukaniu najbliższej wielokrotności 9 i odjęciu od niej sumy cyfr wymienionych. Jeśli się nie zastrzegło nieusuwania 0 albo 9, można uwzględnić to w odpowiedzi i znalazłszy, że suma pozostałych cyfr dzieli się przez 9, dać odpowiedź, że usunięto 0 albo 9.

Trzy bezpośrednio po sobie następujące liczby przemnóż, iloczyn podnieś do kwadratu, a odgadnę cyfrę, którą zataisz, gdy mi wymienisz sumę cyfr pozostałych.

Na przykład:

$$11,\ 12,\ 13,\ 11 \bullet 12 \bullet 13 = 1716,\ 1716^2 = 2944656,\ 29*4656.$$

Odgadnięcie opiera się na tym, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych zawsze dzieli się przez 3, a więc kwadrat tej sumy dzieli się przez 9.

Wybierz trzy liczby sąsiednie w naturalnym ciągu liczb, podnieś je wszystkie do sześcianu, dodaj i powiedz mi sumę cyfr tej sumy bez jednej cyfry, a ja wymienię ci zaraz tę cyfrę.

Na przykład:

$$9,\ 10,\ 11,\ 9^3+10^3+11^3 = 3060,\ 306*.$$

Odgadnięcie opiera się na tym, że suma trzech kolejnych sześcianów zawsze dzieli się przez 9.

Odgadywanie rezultatu działań na liczbach nieznanych

Weź dowolną liczbę, byle to była liczba nieparzysta i niepodzielna przez 3; podnieś ją do kwadratu, dodaj 17, podziel przez 12, a ja z góry przepowiem ci, jaką otrzymasz resztę w dzieleniu. Mianowicie: 6.

Przykład:

$$13,\ l3^2 = 169,\ 169 + 17 = 186,\ 186 = 12\bullet 15+6.$$

Do liczby dowolnie wybranej dodaj 11, sumę pomnóż przez 2, od iloczynu odejmij 20, to, co wypadnie, pomnóż przez 5, od iloczynu odejmij 10 razy wziętą liczbę, którą wybrałeś, a powiem ci, że w rezultacie ostatecznym otrzymasz 10.

Przykład:

$$23,\ 23+11 = 34,\ 2\bullet 34 = 68,\ 68-20 = 48,\ 5\bullet 48 = 240,$$
$$240-230 = 10.$$

Algebraiczna formuła przedstawia się następująco:

$$\mathbf{5 \bullet [2(n+11) - 20] - lOn = 10.}$$

Liczbę, jaka ci pierwsza na myśl przyjdzie, pomnóż przez 18, dodaj do iloczynu 291, sumę podziel przez 3, od ilorazu odejmij 6 razy wziętą liczbę pierwotnie pomyślaną; liczbę, którą otrzymasz, pomnóż przez bezpośrednio od niej wyższą, a zapowiedzieć ci mogę, że jeśli się nie omyliłeś, musisz otrzymać w rezultacie ostatecznym 9506.

Przykład:

$$13,\ 18\bullet 13 = 234,\ 234+291 = 525,\ 525:3 = 175,$$
$$175-6\bullet 13 = 97,\ 97\bullet 98 = 9506.$$

Wybierz dwie liczby trzycyfrowe, napisz mniejszą z nich tuż poza większą, następnie przeciwnie: na pierwszym miejscu napisz mniejszą, a za nią większą. Otrzymasz tym sposobem dwie liczby sześciocyfrowe. Odejmij drugą od pierwszej, otrzymany rezultat podziel przez różnicę pomiędzy wybranymi przez ciebie liczbami, a zapewniam cię, że podzielić się da bez reszty, w ilorazie zaś wypadnie 999.

Oto przykład:

873, 451, 873451-451873 = 421578, 873-451 = 422,
421578:422 = 999.

Wybierz trzy cyfry, ułóż z nich sześć różnych liczb dwucyfrowych, weź sumę tych liczb i podziel przez sumę obranych na początku cyfr. Gd£ wykonasz działanie, zapytaj mnie o rezultat, a powiem ci: 22.

Oto przykład:

3, 4, 8;
34, 38, 43, 83, 48, 84;
34+38+43+83+48+84 = 330,
3+4+8 = 15, 330:15 = 22.

Odgadywanie liczby pomyślanej

Weź połowę pomyślanej liczby (jeśli wybrałeś liczbę nieparzystą, weź jej mniejszą połowę), dodaj 1, sumę pomnóż przez 4, odejmij pomyślaną liczbę i powiedz mi, ile wynosi różnica, a powiem ci liczbę, którą obrałeś

Odgadnięcie: Jeżeli w wyniku została podana liczba parzysta, to pomyślana liczba pierwotna była od niej o 4 mniejsza, a jeżeli podano w wyniku liczbę nieparzystą, to pomyślana liczba była od tej liczby o 2 mniejsza.

Przykłady:

22, 22:2 = 11, 11 + 1 = 12, 4•12 = 48, 48-22 = 26.
Liczba 26 jest parzysta; odejmując od niej 4 otrzymujemy 22.
23, (23-1):2 = 11, 11 + 1 = 12, 4•12 = 48, 48-23 = 25.
Liczba 25 jest nieparzysta; odejmując od niej 2 otrzymujemy 23.

Liczbę, jaką sobie obierzesz, pomnóż przez 3, do iloczynu dodaj 1, sumę pomnóż znów przez 3, wreszcie do rezultatu, jaki otrzymasz, dodaj liczbę pierwotnie obraną. Powiedz, ile wypadło z tych wszystkich działań, a ja od razu powiem ci, co za liczbę obrałeś.

Odgadnięcie polega na odrzuceniu końcowej cyfry 3 od liczby wypowiedzianej; pozostała liczba dziesiątek będzie liczbą przez odgadującego poszukiwaną.

Przykład:

13, 3-13 = 39, 39+1 = 40, 3•40 = 120, 120+13 = 133.
Odrzuciwszy 3 otrzymamy 13.

Liczbę niezbyt dużą podnieś do kwadratu, potem liczbę o 1 większą od pierwszej również podnieś do kwadratu i powiedz mi tylko różnicę tych dwu drugich potęg, jeśli chcesz, bym wiedział, jaką liczbę obrałeś.

Odgadnięcie opiera się na znanej właściwości różnicy kwadratów dwóch liczb kolejnych w ciągu naturalnym: różnica ta równa się mianowicie podwojonej mniejszej liczbie plus 1. A więc dowiedziawszy się, jaki jest rezultat działań, należy wziąć mniejszą jego połowę — będzie ona liczbą wybraną.

Przykład: 17, 17^2 = 289, 18^2 = 324, 324-289 = 35.
Mniejszą połową liczby 35 jest 17.

Pomyśl sobie jakąkolwiek liczbę, najlepiej — choć niekoniecznie — jednocyfrową; pomnóż ją przez 5, dodaj 2, pomnóż przez 4, dodaj 3, pomnóż przez 5, dodaj 7. Ledwie zdążysz wymienić rezultat otrzymany, już ci powiem, od jakiej liczby rozpocząłeś.

Odgadnięcie polega na odrzuceniu ostatnich dwóch cyfr otrzymanego rezultatu.

Na przykład:

7, 35, 37, 148, 151, 755, 762.
Od liczby 762 należy odrzucić dwie ostatnie cyfry, pozostanie 7.

Liczbę niezbyt dużą, a w każdym razie mniejszą od 996, pomnóż przez 37, dodaj 111, pomnóż przez 27, a co otrzymasz, dopełnij do okrągłych tysięcy. Z otrzymanego przez ciebie rezultatu wyczytam, jaką liczbę wziąłeś.

Odgadnięcie następuje przez odjęcie 3 od liczby tysięcy.
Przykład:

14, 518, 629, 16 983, 17 000.
Odjąwszy 3 od liczby tysięcy, tj. od 17, otrzymamy 14.

Odgadywanie daty urodzin

Liczbę, która oznacza dzień twoich urodzin, pomnóż przez 20 i dodaj 77. Sumę pomnóż przez 5 i dodaj liczbę oznaczającą miesiąc, w którym przyszedłeś na świat. Pomnóż tę sumę przez 20 i znów dodaj 77. Pomnóż przez 5, dodaj dwie ostatnie cyfry roku, w którym się urodziłeś. Powiedz mi rezultat, a z łatwością odczytam w otrzymanej przez ciebie wielkiej i dziwacznej liczbie dokładną datę twego urodzenia.
Odgadnięcie polega na odjęciu liczby 38 885 od rezultatu wszystkich powyższych działań i odczytaniu pierwszych dwu cyfr różnicy — jako dnia, drugich dwu — jako miesiąca, ostatnich dwu — jako roku (zakładamy, że co do stulecia, w którym nastąpiło owo najważniejsze dla danej osoby zdarzenie, nie może zachodzić żadna wątpliwość).
Na przykład:
Ktoś urodził się 22 grudnia 1929roku. Wypełniając kolejno wskazywane działania, otrzyma się następujące rezultaty pośrednie:

20•22+77=517
5•517+12=2597
20•22597+77=52017
5•52017+29=260114
Od podanego wyniku 260114odgadujacy odejmuje 38885 i otrzymawszy 221229 oznacz datę urodzenia 22.12.29.
Przytoczona tu liczba 77, którą się dwukrotnie dodaje może być zastąpiona każdą inną liczbą n dowolnie przez odgadującego wybraną – z tą jednak zmianą, że zamiast 38885, czyli 505•77, odejmować będzie trzeba 505n.

Odgadywanie, która z trzech osób jaki wzięła przedmiot

Jedno z najdawniejszych, a zarazem jedno z najefektowniejszych odgadnień.
Proponuje się trzem osobom, by z trzech złożonych przed nimi przedmiotów, na przykład bransoletkę, zegarka i pierścionka, każda wzięła po jednym przedmiocie — oczywiście pod nieobecność odgadującego. Przed odejściem jednak odgadujący bierze 24 zapałki (karty, żetony) i wręcza: pierwszej osobie — jedną, drugiej — dwie, trzeciej — trzy. Pozostałe zaś zapałki w liczbie 18 składa na stole z poleceniem, by ten, kto weźmie bransoletkę, wziął tyle zapałek, ile przed chwilą otrzymał; kto posiądzie zegarek, by wziął dwa razy tyle, ile otrzymał; a kto pierścionek — cztery razy tyle.
Po dokładnym wyjaśnieniu tej procedury odgadujący wychodzi z pokoju. Gdy towarzysze rozbiorą pomiędzy siebie złożone przed nimi przedmioty i zapałki, odgadujący powraca, rzuca okiem na stół, aby stwierdzić, ile zapałek pozostało, i jeśli jest wprawny, niezwłocznie rozstrzyga, u kogo się znajduje bransoletka, u kogo zegarek, a u kogo pierścionek.

Tak szybkie odgadnienie opiera się na tej podstawie, że nie może być więcej niż sześć kombinacji i przy nich zawsze inna ilość zapałek pozostaje nie rozebrana.

Aby rzecz tę poglądowo wyjaśnić, oznaczmy trzy osoby cyframi rzymskimi I, II, III, przedmioty zaś trzema samogłoskami: b to bransoletka, z — zegarek, i p — pierścionek. Wszystkie możliwe kombinacje tak się przedstawiają:

	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	b	*z*	*p*	*z*	*b*	*p*	*b*	*p*	*z*
Zapałki rozdane	1	*2*	3	1	2	3	1	*2*	3
Zapałki rozebrane	1	*4*	12	2	2	12	1	8	6
		23			22			21	
Zostaje zapałek		1			2			3	
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
	z	*p*	*b*	*p*	*b*	*z*	*p*	*z*	*b*
Zapałki rozdane	1	*2*	3	1	2	3	*1*	*2*	3
Zapałki rozebrane	2	8	3	4	2	6	*4*	*4*	3
		19			18			17	
Zostaje zapałek		5			6			7	

Gdy więc odgadujący spostrzeże na stole 3 zapałki, już wie, że pierwsza osoba ma bransoletkę, druga pierścionek, trzecia zegarek; gdy ujrzy 6 zapałek, pewien jest, że pierwsza wzięła pierścionek, druga bransoletkę i tak dalej.
Cała trudność polega na dokładnym zapamiętaniu, przy jakiej reszcie z podziału zapałek jaka zachodzi kombinacja.

Odgadywanie, która z dziewięciu na który palec, której ręki włożyła pierścionek

Jest to odgadnienie jeszcze efektowniejsze, a zarazem jeszcze dawniejsze niż poprzednie.
Odgadujący wręcza towarzystwu (złożonemu z co najwyżej dziewięciu osób) trzy pierścionki z oczkami w różnych kolorach (oznaczonych kolejno liczbami 1,2,3), prosząc, by pod jego nieobecność ktoś zechciał wybrać pierścionek włożyć na palec, on zaś podejmuje się odgadnąć nie tylko, kto z obecnych, na której ręce i na jakim palcu umieścił pierścionek, ale nawet — jakiego koloru jest oczko w pierścionku.
Gdy po chwilowej nieobecności odgadujący powraca do towarzystwa, prosi, by ktoś, kto biegle liczy i wie dokładnie, gdzie pierścionek się znajduje, zechciał dokonać szybko w myśli lub pisemnie szeregu następujących działań i wyjawił jedynie rezultat ostateczny:
Otóż należy podwoić numer miejsca, które zajmuje w szeregu obecnych osoba mająca pierścionek, do liczby otrzymanej dodać 5, sumę pomnożyć przez 5 i dodać 10. Następnie dodać jeszcze 1, jeśli pierścionek jest na prawej ręce, a 2, jeśli na lewej. Dalej należy wszystko pomnożyć przez 10 i dodać liczbę oznaczającą palec, na którym jest pierścionek, licząc od wielkiego palca. Znów pomnożyć przez 10, dodać liczbę oznaczającą kolor oczka (1, 2, 3 – tymi numerami na początku zabawy należy oznaczyć oczka w pierścionku) Jeszcze dodać 35 i wymienić rezultat ostateczny.

Odgadnienie polega na odjęciu 3535 od liczby otrzymanej z działań powyższych i na umiejętnym odczytaniu liczby pozostałej. Przykład najlepiej to wyjaśni.
Przypuśćmy, że pierścień z czerwonym oczkiem oznaczony numerem 3 miała szósta osoba i wskazującego palca prawej ręki. Przebieg działań będzie następujący

	6 (numer osoby)
X	2
	12
+	5
	17
X	5
	85
+	10
	95
+	1 (prawa ręka)
	96
X	10
	960
+	2 (palec wskazujący)
	962
X	10
	9620
+	3 (numer oczka pierścionka)
	9623
+	35
	9658
Odgadujący odejmuje	3535
	6123

i odczytuje: pierścień ma szósta osoba (6), umieściła go na prawej ręce (1), wskazującym palcu, (2), pierścionek miał czerwone oczko (3).

Powyższe zadanie może stać się wdzięcznym tematem do samodzielnego opracowania jego wariantów liczbowych, a nawet do układania analogicznych zagadnień.